

Tentamen Operations Research

Opgave 1.

Gegeven is het LP-probleem

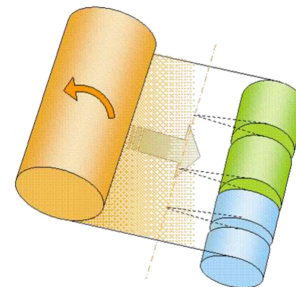
$$\text{maximaliseer } (-2x_1 + 4x_2 - 3x_3) \text{ voor } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 \geq 1 \\ x_2 + 2x_3 \geq 2 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 1 \end{cases} \text{ en } x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

- (i) Formuleer dit LP-probleem in standaardvorm.
- (ii) Bepaal middels de simplex methode een optimale oplossing van dit LP-probleem. Is deze oplossing uniek?
- (iii) Formuleer het duale probleem van het gegeven LP-probleem en laat zien dat de optimale oplossing van het duale probleem uniek is.

Merk op: Het is niet nodig een optimale oplossing van het duale probleem aan te geven.

Opgave 2.

In een papierfabriek worden grote papierrollen van 300 cm breedte en 1000 m lengte (de *masterrollen*) volgens de vraag van opdrachtgevers in smallere rollen gesneden, waarbij het aantal en de posities van de snedes tussendoor anders ingesteld kunnen worden (d.w.z. ook binnen een masterrol, deze wordt dan gewoon afgesneden). Voor de opdrachtgevers (bijvoorbeeld drukkerijen) is het namelijk geen probleem als een rol van 1000 m lengte uit meerdere stukken bestaat.



Bij een onderverdeling van de masterrol hoeven de breedtes van de smallere rollen natuurlijk niet tot 300 cm op te tellen, de rest is dan helaas afval.

De opdrachten voor de komende week zijn als volgt:

- 36 rollen van 140 cm breedte;
- 60 rollen van 100 cm breedte;
- 48 rollen van 75 cm breedte.

Voor de papierfabriek zijn er twee voor de hand liggende doelen waarop ze de productie zouden kunnen optimaliseren:

- (a) Zo weinig mogelijk masterrollen gebruiken.
- (b) Zo weinig mogelijk afval produceren (als overtollige rollen als voorraad bewaard kunnen worden).

Formuleer voor ieder van de doelen (a) en (b) het vinden van een optimaal productieproces als een LP-probleem (niet per se in standaardvorm). Het is niet nodig een oplossing van het LP-probleem te bepalen.

Hint: Uit de variabelen voor het productieproces moet duidelijk worden hoeveel masterrollen in welke combinaties van breedtes gesneden moeten worden.

z.o.z. voor Opgave 3

Opgave 3.

Zij $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ de matrix van een twee-personen matrix spel. Een rij i van A domineert een rij k als $A_{ij} \geq A_{kj}$ voor alle $1 \leq j \leq n$. Net zo domineert een kolom j van A een kolom l als $A_{ij} \geq A_{il}$ voor alle $1 \leq i \leq m$.

Zo als gebruikelijk kiest speler X een rij i en speler Y een rij j en is dan A_{ij} de winst voor speler X (en het verlies van speler Y).

- (i) Stel rij i van A wordt door een andere rij van A gedomineerd. Bewijs dat er in dit geval voor speler X een optimale gemengde strategie bestaat met $x_i = 0$.

Concludeer dat de waarde van het spel onveranderd blijft als rij i uit de matrix A weggelaten wordt.

- (ii) Stel kolom j van A domineert een andere kolom van A . Bewijs dat er in dit geval voor speler Y een optimale gemengde strategie bestaat met $y_j = 0$.

Concludeer dat de waarde van het spel onveranderd blijft als kolom j uit de matrix A weggelaten wordt.

- (iii) Gebruik delen (i) en (ii) om de matrix

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 & -6 & -3 \\ 0 & -4 & 9 & 2 & 1 \\ 6 & -2 & 7 & 4 & 5 \\ 7 & -3 & 8 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

van een twee-personen matrix spel zo ver mogelijk te reduceren. Bepaal vervolgens de waarde van het spel en optimale strategieën voor de spelers X en Y .

Succes ermee!