

WORTEL ϵ DRUK

Het kloppend hart van
de wiskundereünistenkring
De Wortel

nummer 11, december 2002

Deze keer

- 3 Cijfers en letters
- 6 Wortelcake
- 7 Financiële wiskunde
- 10 Barbecue-impressie
- 11 Cijferen met Pascal
- 12 E-mail

Geld

De wiskundigen in mijn kennissenkring hebben een vreemde verhouding met geld, mijzelf inclusief. Ze hoeven er niet zo veel van. Op 5 oktober is uitgelegd hoe je geld kunt verdienen met Balkenende: de Politieke aandelenmarkt. Voor een wiskundige een koud kunstje. Maar nee hoor, ze doen allemaal niet mee in de herkansing, de PAM2003.

Aan de vorm ligt het niet: ook de aandelenmarkt is eigenlijk een geheel van regeltjes waarbinnen je zelf op zoek moet naar de mogelijkheden. (Is Perceel eigenlijk ook wiskundige?)

Nee, wiskundigen houden gewoon niet van geld, echt waar.

Jeroen Hendrix

17 mei 2003

Op 17 mei viert de KUN haar lustrum samen met de alumni. Naast het algemene programma zal De Wortel ook weer van zich laten horen.

Uitnodigingen, voor de algemene activiteiten en de activiteit van De Wortel vallen vanzelf bij je in de bus, maar de datum kan natuurlijk alvast in de nieuwe agenda.

Voor onze activiteit zijn we op zoek naar mensen die beschikken over een leuke verzameling van wiskundige puzzeltjes of mensen die daar op een of andere manier veel verstand van hebben.

Wat de activiteit precies inhoudt is nog geheim. (een spannende manier om te zeggen dat we dat nog niet precies weten...)

Cijfers en letters

Het leven verteld door Georges Perec

Een gebruiksaanwijzing voor het leven? Je leven voor een gebruiksaanwijzing? Het eerste raadsel zit al in de titel: wat bedoelt Georges Perec eigenlijk met die titel van dat fantastische (in alle opzichten) boek van hem? *La vie mode d'emploi*. Vertaald als: Het leven een gebruiksaanwijzing. Zonder komma, terecht, want die staat er in het origineel ook niet. Maar dat lidwoord in het Nederlands, daar begin ik al aan te twijfelen. Waarom staat er niet gewoon: Het leven gebruiksaanwijzing? Niet dat ik dat zou begrijpen. Het leven is een gebruiksaanwijzing, misschien? Maar waarvoor dan?

De titel, die eerste woorden: een raadsel. Het boek in zijn geheel: ook een raadsel. Maar wel een raadsel met een glasheldere structuur en opgebouwd uit glasheldere zinnen. Eerst de structuur. Punt één: strikte eenheid van plaats. Een flatgebouw in het zeventiende arrondissement van Parijs, rue Simon-Crubellier 11. Een reeks woningen in dat appartement, variërend van riante appartementen op de lagere verdiepingen tot minuscule dienstbodenkamer-tjes vlak onder het dak. In al die kamers, natuurlijk, bewoners.

Georges Perec

Punt twee: strikte eenheid van tijd. Eén moment, het moment even voor acht uur 's avonds dat de assistente van het makelaarskantoor de trap opklimt om een appartement te bekijken dat ze in de verkoop wil doen. De bewoner van dat appartement, Gaspard Winckler, is namelijk al enige tijd daarvoor overleden. Maar dat is intrige, daar zijn we nog niet. Eerst verder met de structuur. De camera — zo moet je de schrijfstijl van Perec haast wel omschrijven — kijkt afwisselend in de verschillende woningen. En vertelt de verhalen van de bewoners aan de hand van wat hij daar aantreft op dat ene moment, even voor acht. Soms is dat een persoon, iemand die onder de douche staat bijvoorbeeld, maar soms ook een object, een schilderij of een brochure die op tafel ligt.

Een van de fraaiste episodes is de beschrijving van de inhoud van de catalogus op het gebied van de woninginrichting die de camera ontmoet in het appartement van mevrouw Moreau. “**Set steeksleutels**, gefreesd, chroomvanadium, 6-7, 8-9, 10-11, 12-13, 14-15, 16-17, 18-19, 20-22, 21-23, 24-26, 25-28, 27-32. Eén jaar volledige garantie. **Nietpistool voor behangers**, voor krammen van 4, 6, 8, 10, 12 en 14 mm. **Verfpistool** met verwisselbare patronen.” Etcetera. En dat dan drie pagina's lang. Hilarisch. Op het gebied van de

opsommingen is Perec groter dan Homerus.

Punt drie: ogenschijnlijk volstreckte chaos van handeling. Iedere observatie van de camera is aanleiding voor een verhaal. Volgens het register achter in het boek kent de roman 105 verhalen. Ik schat dat het er vijf keer zoveel zijn. Ik noem er een paar om de fantasie van Perec te illustreren: verhaal van de acrobaat die niet meer van zijn trapeze wilde komen; verhaal van de vier jongelui die in de lift vastzaten; verhaal van de vijf zusters die allemaal succes hadden; verhaal van de zadelmaker uit Szczyrk; verhaal van de zwarte bokser die geen enkele wedstrijd won. Enzovoorts, enzovoorts. Het boek kent ook nog een begrippen- en namenregister met ongeveer 3000 (!) ingangen over werkelijk de meest uiteenlopende zaken. In één woord: chaos.

Chaos? Dan ken je Perec niet. Perec legt verbanden. Perec is gefascineerd door verbanden. Gebeurtenissen die op het eerste gezicht niets met elkaar te maken hebben, worden door Perec — met een af en toe onwaarschijnlijke, maar nergens onzinnige fantasie — aan elkaar gekoppeld. Perec is een speler, Perec is een puzzelaar. Een puzzelaar is ook een van zijn hoofdpersonen, om nu toch maar eens naar de intrige van het boek over te gaan. Dé intrige? Nee, hooguit een van de vele. Maar wel de aangrijpendste. Meneer Bartlebooth heeft in zijn jeugd een levensvervulling voor zichzelf bedacht. Tien jaar lang bekwaamt hij zich in de kunst van het acquarelleren. Twintig jaar reist hij vervolgens allerlei havensteden in de hele wereld af en maakt daar — met een tempo van één doek in de twee weken — acquarellen van de zeegezichten, steeds op een formaat van 65 bij 50 cm. Als een acquarel af is, gaat die naar de rue Simon-Crubellier, naar de eerdergenoemde Winckler. Die is door Bartlebooth ingehuurd om ieder acquarel volgens een nauwgezet procédé te verlijmen op hout, te verzagen in een puzzel van 750 stukjes en op te bergen in speciaal daarvoor bestemde doos. De volgende twintig jaar van zijn leven zal Bartlebooth besteden aan het in elkaar zetten van de puzzels — weer met een tempo van één exemplaar per twee weken — het losweken van de acquarellen en het terugbrengen naar de plaats van schildering alwaar ze worden ondergedompeld in een reinigende oplossing. “Zo zou er geen enkel spoor overblijven van deze operatie die de bedenker ervan vijftig jaar lang volledig in beslag genomen zou hebben.” De nauwkeurig geplande leegheid van het bestaan. En het gaat nog mis ook, want Winckler heeft zijn zinnen erop gezet om Bartlebooth een loer te draaien. De ene zinloze levensvervulling doorkruist door de andere.

Heeft dit geniale boek iets met wiskunde te maken? Er komt wiskunde in voor, zeker. Op pagina 20 lezen we de volgende stelling: “Als $f \in \text{Hom}(\nu, \mu)$ resp. $g \in \text{Hom}(\zeta, \nu)$ een homogeen morfisme is waarvan de graad de matrix α resp. β is, dan is $f \circ g$ homogeen en is zijn graad het matrixprodukt $\alpha\beta$.” Het bewijs — niet zo moeilijk overigens — staat er ook bij. Maar dat is natuurlijk niet het wiskundige aan dit boek. Het wiskundige zit hem veel meer in de spanning tussen de uiterste strakke vorm die Perec zichzelf heeft opgelegd

- de rigoureuze eenheid van plaats en tijd — en de ongebreidelde fantasie die door die vorm binnen de perken moet worden gehouden. Vergelijk het met een schaakpartij: harde regels over tweeëndertig poppetjes die alleen volgens een voorgeschreven patroon kunnen bewegen over vierenzestig velden, maar wel een ongekeerde baaierd aan mogelijkheden. Een wiskundig bewijs: de taal, de vorm ligt vast, de inhoud is wonderbaarlijk vrij. Een werkelijk waardevol wiskundig bewijs geeft bovendien inzicht in onvermoede verbanden, iets wat Perec in zijn boek ook steeds weer doet. Het gaat om die strakke vorm aan de ene kant en die uitwaaierende, maar toch door een zekere logica bij elkaar gehouden inhoud aan de andere kant.

Perec is sowieso een vormfanaat. Een niet in het Nederlands vertaald boek van hem — hoe zou het ook kunnen — heet *La disparition*. Het bevat geen enkele e. Wonderlijk genoeg is het wel in het Engels vertaald, en wel door Gilbert Adair met als titel “A Void” (!). Ter illustratie “zomaar” een zin uit deze tour de force: “Not daring to pass a night in such unpromising surroundings, Ishmail simply ‘borrows’ as many tools as his arms can carry, as also a big brass cauldron, a chopping board, a winnowing fan, a matchbox or two and a hip flask brimming with whisky, and quickly slips off to a clump of dark woodland not too far away, in which stands a run-down shack; starts doing it up, allowing not a day to go by without improving it; hunts, kills and cooks rabbits; and, on his most fruitful raid, actually corrals an agouti with his lasso, making bacon and ham, dripping and black pudding, out of its carcass.” Maar goed trouwens dat er geen Ierse whiskey in die heupflacon zat...

Andere juweeltjes, wel in het Nederlands vertaald: *W of de jeugdherinnering*, *De dingen*, *Een kunstkabinet*, *Een man die slaapt en* — de leukste titel van allemaal — *Wat voor brommertje met verchroomd stuur achter op de binnenplaats?* Ik krijg de neiging om nog een paar van die fantastische verhalen van Perec op te sommen, maar ik doe het niet. Het boek ligt tegenwoordig in een goedkope paperbackuitgave bij alle boekhandels. Koop dat boek, lees het, verbaas je, lach (regelmatig), slik (af en toe) en vooral blijf je verbazen. Leg het weg, laat het door je hoofd spelen en lees het daarna nog een keer. Ik ga er nu weer aan beginnen.

Frans Janssen

- Georges Perec, *Het leven een gebruiksaanwijzing*, 574 pp., De Arbeiderspers, ISBN 9 265 3419 2

Wortelcake

Trees, de partner van Jan Cuijpers heeft het stokje overgenomen van Marjan Driessen.

Benodigdheden:

- 1 kop geraspte rauwe wortel, vermengd met 1/4 kop citroensap
- 1 1/4 kop (212,62 gram) zelfrijzend bakmeel
- 1 ei
- 1/2 kop (113,40 gram) suiker of honing
- 1 kop (226,80 gram) boter
- 1/2 theelepel kaneel
- 1 theelepel zuiveringszout (ook wel bekend als maagzout), opgelost in een eetlepel melk.

De grammen zijn een omrekening van de engelse 'cup', voor wie liever met grammen werkt. In het kookboek staat dit recept voor 6 personen vermeld. Ik weet niet of die dan veel of weinig moeten eten, maar wanneer je veel gasten hebt kun je gerust met de dubbele hoeveelheid werken. Om het jullie daarbij als wiskundigen even gemakkelijk te maken:

- 2 koppen geraspte rauwe wortel, vermengd met 1/2 kop citroensap
- 2 1/2 kop (424,25 gram) zelfrijzend bakmeel
- 2 eieren
- 1 kop (226,80 gram) suiker of honing
- 2 koppen (453,60 gram) boter
- 1 theelepel kaneel
- 2 theelepels zuiveringszout, opgelost in een beetje melk

Bereiding:

1. Verwarm de oven op 175°C.
2. Klop de boter met de suiker tot een dik, luchtig geheel.
3. Klop het ei er goed door.
4. Roer het zelfrijzend bakmeel er rustig doorheen tot je een glad deeg hebt.
5. Roer vervolgens de kaneel, de geraspte wortel met het citroensap gelijkmatig door het deeg en doe dat als laatste met het in wat melk opgeloste zuiveringszout.
6. Doe het deeg in een goed met boter ingevette en met bloem bestoven bakblik en bak de cake in ongeveer 45 minuten gaar. Laat hem 10 minuten in de vorm afkoelen en haal hem er dan uit. Serveer de cake koud.

N.B. De vorm van het bakblik en de cake laat ik aan jullie eigen wiskundige creativiteit over.

Financiële wiskunde

Het aardige van wiskunde is dat het blijft boeien, ook als het met de toepassingen ervan wat minder goed gaat. Met dat in het achterhoofd is het te begrijpen dat het zijzaaltje van Café Groenewoud goed gevuld was tijdens de lezingenmiddag die De Wortel op 5 oktober organiseerde over “Financiële Wiskunde”. Dat is ook (of misschien wel: juist) interessant als je aandelen en opties er allemaal wat minder florissant voorstaan.

De basis

Onze eerste spreker, Matthias Löwe, startte met een korte geschiedenis van het vak. Het begon allemaal in 1900, met het boek “Théorie de la Speculation” van Louis Bachelier. Hij modelleerde de prijsontwikkeling van een aandeel als een stochastisch proces (B_t) , $(0 \leq t \leq T)$ waarvoor geldt:

1. De sprongen $B_{t_1} - B_{t_0}, B_{t_2} - B_{t_1}, \dots, B_{t_n} - B_{t_{n-1}}$ zijn onafhankelijk voor $t_0 < \dots < t_n$
2. $B_t - B_s$ hangt alleen af van de lengte $s - t$ van het tijdsinterval $[t, s]$
3. $B_t - B_s$ is normaal $(0, t - s)$ verdeeld.

Wat overpeinzingen hierbij:

(ad 1) De ontwikkelingen van aandelen gedurende niet-overlappende tijdsintervallen beïnvloeden elkaar niet. Vanuit mathematisch oogpunt is dat een redelijke veronderstelling, en het klopt ook wel met de waarschuwing dat rendementen, in het verleden behaald, geen garantie voor de toekomst bieden. In dit licht is het vreemd dat er in de financiële wereld veel zogenaamde “grafiekentuurlers” zijn, die op grond van ontwikkelingen in het verleden het koersverloop voor de toekomst proberen te voorspellen.

(ad 3) Je weet niet hoe het zich ontwikkelt, “dus” je neemt maar aan dat het volgens een normale verdeling is.

Het grappige is dat de bovenstaande verdeling precies die van de Brownse beweging is, die gebruikt wordt om volstrekte randombewegingen te simuleren. In 1905 herontdekt Einstein deze Brownse beweging en in 1923 geeft Norbert Wiener een mathematisch bewijs van het bestaan van een dergelijk proces (Wiener Measure).

Toch is er wel een kanttekening te maken bij de Brownse beweging als model voor de ontwikkeling van aandelenkoersen. Immers, de Brownse beweging kan onder elke grens komen, ook onder de nulgrens. Het is niet realistisch aan te nemen dat een aandeel ooit minder dan 0 (gulden, in die tijd nog) waard zal zijn.

In 1960 introduceert Samuelson dan ook de exponentiële Brownse beweging als model voor aandelenkoersen:

$$S_t = e^{B_t - \frac{1}{2}t}$$

Dit is nu het standaardmodel.

1973 is een volgend hoogtepunt in de geschiedenis van de financiële wiskunde (rond de oliecrisis, is het toevallig dat de belangstelling voor financiële wiskunde toeneemt als het financieel allemaal wat minder gaat?). Black & Scholes berekenen dan een “fair price” voor een zogenaamde Europese optie, die alleen afhangt van de huidige prijs, de tijd, de rente en de prijs waarvoor op het moment van het uitoefenen van de optie, de aandelen mogen worden gekocht.

Aannames hierbij:

- Er wordt geen dividend uitgekeerd
- Het gaat om “Europese” opties, geen “Amerikaanse”
- De koersrichting van het aandeel is echt onvoorspelbaar
- Er wordt geen commissie gevraagd voor koop of verkoop
- Er is een bekende en stabiele rente r
- Het aandeel ontwikkelt zich volgens een geometrische Brownse beweging

In 1997 kregen Black en Scholes pas het dividend van hun ontdekking uitgekeerd in de vorm van een Nobelprijs.

Laten we ons eens wat verder verdiepen in de optiemarkt. Stel, ik neem een optie om op 1 januari voor €5,- een aandeel KPN te mogen kopen. Is het aandeel op 1 januari €6,- waard, dan heb ik €1,- winst; is het aandeel op 1 januari €4,- waard dan is mijn optie waardeloos, want zonder mijn optie kan ik voor een euro minder al mijn aandeel kopen. Wat is nu de juiste prijs voor zo’n optie? Het antwoord is heel simpel: de te verwachten winst. Maar uitrekenen is effe moeilijker, want de belangrijkste parameter p (de kans op stijgen/dalen) ontbreekt!

Het knappe is nu dat je de verwachte winst kunt uitrekenen zonder dat daar nog de parameter p in voorkomt, en dus een “eerlijke” prijs voor de optie kunt vaststellen zonder dat je de kans dat je de optie daadwerkelijk uit zult oefenen, hoeft te kennen.

PAM

Wat ook leuk is aan wiskunde: als het in de ene branch even tegenzit kun je dezelfde wiskunde gebruiken in een branche met “booming business”. In

ons geval: de politiek. Je kunt tegenwoordig namelijk niet alleen aandelen Philips of Ahold kopen, maar ook aandelen Balkenende of Marijnissen. En met alle verkiezingen van vandaag de dag moet daar toch wel handel in zitten. De tweede spreker, Ben Jacobsen, vertelde erover.

De Politieke Aandelen Markt, zoals die beurs heet, werkt als volgt. Je koopt een pakketje aandelen. De totaalprijs van dat pakketje is 1 euro. In elk pakketje zit van elke politieke partij (of, als het er om gaat wie minister president wordt: van elke premierskandidaat) één aandeel. Hoe veel elk aandeel afzonderlijk waard is, hangt af van de uitslag van de verkiezingen: als een partij (of kandidaat) uiteindelijk $x\%$ van de stemmen krijgt, krijgt de bezitter van zo'n aandeel x eurocent uitgekeerd. Zolang de verkiezingen nog niet hebben plaatsgevonden kan er in de aandelen gehandeld worden. En net als bij een "echte" beurs ontstaan er dan aandelenkoersen. De koers van een aandeel CDA is te zien als een opiniepeiling over de te verwachten verkiezingsresultaten van het CDA. Immers, als het aandeel 25 cent waard is, verwacht "de markt" dat het CDA 25% van de stemmen zal behalen.

Net als de aandelenkoersen fluctueren ook de kansen van de politieke partijen. En door slim te handelen kun je geld verdienen.

Leuk is bovendien, dat de politieke aandelenkoersen ook zelf een opiniepeiling vormen. Interessant is: wie heeft er gelijk. De markt of Intomart? Op voorhand valt er te pleiten voor de markt. Immers, als handelaar in politiek kun je niet alleen stemmen op die éne partij die je voorkeur heeft, als LPF-hater kun je ook gewoon handelen in aandelen LPF.

Twan Laan

Barbecue-impressie

1 juni 2002, prachtig weer voor een barbecue én een fietstocht. Twee groepen wiskundigen fietsten een 'rondje met een pontje' en nog wat anderen wachtten hen op in een achtertuin in Lent voor de barbecue.

Op het veer

De 'winnaars'

Cijferen met Pascal

Machtsverheffen is een fascinerende bezigheid. We kennen allemaal het verhaal over de graankorrels op het schaakbord. Je schrijft het zo makkelijk op: $2^{64} - 1$ (of, als u wilt, 18.446.744.073.709.551.616), en het stelt een onafzienbare hoeveelheid graan voor. Het is ook iets heel praktisch, als je de rente op een banktegoed (of, wat actueler, de rendementen op je aandelen — positief of negatief) wilt berekenen.

De link met combinatoriek kennen we ook allemaal. Er zijn 6^3 mogelijke uitkomsten als je met een rode, een gele en een blauwe dobbelsteen gooit.

Een vreemde link tussen machtsverheffen en combinatoriek kwam ik tegen toen ik in een verloren kwartiertje mijn computer instrueerde om van een in te geven natuurlijk getal snel de eerste zoveel machten te berekenen. Het telraam eenmaal geïnstrueerd is het leuk spelen, en voor je het weet tik je “1001” in. In een flits staat er een prachtrij voor je neus, zeker als het rekentuig de getallen mooi kan centreren:

```

      1
     1.001
    1.002.001
   1.003.003.001
  1.004.006.004.001
 1.005.010.010.005.001
1.006.015.020.015.006.001
1.007.021.035.035.021.007.001
      ⋮
```

En dan zie je een prachtig verband tussen Pascal en het “cijferen” van de lagere school.

Twan Laan

E-mail

Soms heeft het bestuur vlak voor een activiteit nog hete nieuwtjes en is het te laat om een brief te sturen naar alle leden van De Wortel. De mailing-lijst is in dat geval een handig medium.

Tenminste, dat zou zo zijn als we daarmee iedereen zouden kunnen bereiken. Van de meer dan honderd leden van De Wortel zijn er echter maar ongeveer veertig lid van de mailing-lijst. Daarom willen wij iedereen uitnodigen om lid te worden van de mailinglijst, of in ieder geval het bestuur te vertellen hoe we je via internet kunnen bereiken. Als je niet over e-mail beschikt, dan zouden wij dat ook graag van je horen.

Op de mailing-lijst

dewortel@nic.surfnet.nl

kunnen leden berichten versturen naar alle andere leden. In de praktijk maakt tot nu toe alleen het bestuur hier incidenteel gebruik van.

Je kunt lid worden door een mailtje te sturen naar:

listserv@nic.surfnet.nl met daarin:

SUBSCRIBE DEWORTEL jenaam

Als dat niet lukt, wil het bestuur je graag verder helpen.

Colofon

WORTELindruk is de nieuwsbrief van Wiskunde Reünistenkring
De Wortel

aan dit nummer werkten mee:

Trees Cuijpers, wie werkt er de volgende keer mee?

december 2002

jaargang 4 nummer 11

redactie: Mignon Engel, Jeroen Hendrix, Frans Janssen, Twan Laan

redactieadres:
secretariaat wiskunde
Toernooiveld 1
6525 ED Nijmegen

dewortel@sci.kun.nl