



WORTEL.DRUK

Het kloppend hart van
de wiskundereünistenkring
De Wortel

nummer 6, april 2000

Deze keer

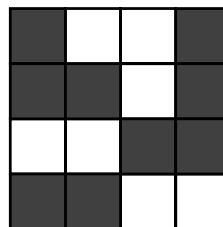
- 3 Ruud Jeurissen
- 5 Bestuurswissel
- 6 Rekentuig!
- 8 Interview met Louis Maassen
- 13 Crypto
- 18 Essenties: Ratten en Wiskunde
- 19 Is Internet nog wel safe?
- 21 Oplossing vorige crypto
- 22 De Rekenlineaal
- 24 Uit de oude doos

Uitgelicht

De winter zit er weer op. De donkere dagen worden lichter en De Wortel maakt zich op voor een spetterende zomer. Natuurlijk was de winter niet alleen maar duister. Zo liet Ruud Jeurissen op zijn afscheid van de faculteit zijn licht schijnen over zo'n 35 jaar wiskunde op de KUN. En er staat nog meer licht in dit blad, want op een bijeenkomst van de reünistenverenigingen uit Eindhoven zijn we ingelicht over de zeef die internet heet. Tot bij de barbecue.

Button Madness

Een spel. Neem een speelbord van $n \times n$ vakjes. Op elk vakje zit een knop, sommige zijn ingedrukt, andere niet. Door op een knop te drukken verandert de staat van die knop en de vier aangrenzende knoppen. Verder is het bord natuurlijk eigenlijk een torus.



Kun je door te drukken alle knoppen in de uit-stand (wit) krijgen? Kan dat altijd bij een 4×4 bord? Bij welke vierkante formaten kan het altijd?
(uit de lezing van A. Blokhuys bij het afscheid van Ruud Jeurissen)

Ruud Jeurissen

10 december 1999

Ik zie allemaal vrolijke gezichten om mij heen, en dat valt toch een beetje tegen.

Maar we moeten er inderdaad het beste van maken, en U ziet aan mijn kleding dat ik mijzelf ook al een beetje van het Mathematisch Instituut heb losgemaakt.

Natuurlijk heb ik wat nagedacht over wat ik hier zou zeggen; in het bijzonder had ik een paar aardige openingszinnen in petto. Helaas is het moment voor een openingszin al voorbij.

Een ervan was trouwens een geweldige platitude: “Er is een tijd van komen en er is een tijd van gaan”. Toch zou die in mijn geval niet geheel ontoepasselijk zijn geweest; ik ben de langst aanwezige medewerker hier. U zult dus niet denken, denk ik, dat ik op jeugdige leeftijd een beetje vroegtijdig ga vutten. Toch hecht ik er aan duidelijk mee te delen dat dat inderdaad niet zo is. Ik zou anders toch binnen een jaar eruit moeten stappen, en mij lijkt de datum van 1 januari 2000 wel makkelijk te onthouden in geval van dementie.

Het mocht dus ook wel, dacht ik, nu het trouwens ook al 45 jaar geleden is dat ik mijn eerste universitair onderwijs gaf. Een spectaculair gebeuren, want ik liet als student-assistent per ongeluk een kwik-manometer leegspuiten op een practicum voor medische studenten.

Het doet mij deugd dat er in het verleden niet is aangedrongen op mijn vroegtijdig vertrek. Zelfs werd ik nog niet lang geleden ongevraagd verblijd met een nieuwe computer. Nu verdient het enige uitleg dat onze computers allemaal een naam hebben die ontleend is aan de Bommel-verhalen. Zo mocht ik toen mijn Doddel14 inleveren. Het gaf wel even te denken toen het nieuwe apparaat de naam Slofzool kreeg opgeplakt. Een stille wenk misschien? Ik heb me echter laten overtuigen dat het toeval was.

Ik heb ook genoeg gezien, de pendel der geschiedenis heen en weer terug, of soms niet, zien gaan. Gewerkt onder een directeur, een hoofd, een voorzitter, en nu weer een directeur. Begonnen met een 5-jarige studieduur, onder twee ministers plannen gemaakt voor een kortere die alleen veel ruimte in de kast innemen, naar een 4-jarige, en nu weer naar een 5-jarige. Met veel rumoer de democratisering zien verschijnen en zonder rumoer weer zien verdwijnen. Intussen daardoor in sectieraad, sectiebestuur, faculteitsraad, faculteitsbestuur en universitaire onderwijscommissie gezeten en veel nieuwe woorden geleerd als ‘gremia’ en ‘de agenda trekken’. De opkomst van de onderwijskunde gezien waardoor mensen die slecht college geven voortaan weten waarom dat zo is.

Het kandidaatsexamen zien verdwijnen en het binnenkort misschien als baccalaureaat weer zien terugkomen. De wiskunde gezien als sectie van W

en N, als subfaculteit, als afdeling, als opleiding, als subfaculteit van W en I, en tenslotte als school en instituut in een subfaculteit van NWI.

De studenten echter bleven jong, alleen hun vader werd ouder, en die had je soms ook al onder je gehoor gehad. Hun uitrusting veranderde wel: geestelijk, dat was de schuld van de middelbare school denken we wel eens, en ook materieel: de boekentas werd een legerpukkel, die werd een soort boodschappentas, tenslotte kwam de rugzak. Ik zie overigens schoolkinderen nu al fietsen, ocharm, met een rugzak op de rug en een op de bagagedrager. De studenten hebben wel intussen DESDA opgericht, een goede club dacht ik, die binnen het instituut een eigen pretlab heeft. De relatie met hen is goedgebleven ook nadat een student die het in de roerige 70-er jaren wat teveel werd mij vroeg: “Moet ik U nu met jij of met U aanspreken”. Ik heb hem gezegd dat hij doen moest waar hij het beste wiskunde mee leerde. Hij bleef U zeggen maar is niet afgestudeerd.

Niet alle studenten begrijpen alles; het blijft een genoegen iets uit te leggen en te merken dat het dan begrepen wordt. Ik heb me de laatste tijd, je begint je dingen af te vragen, gerealiseerd dat ik niet weet wat ‘begrijpen’ eigenlijk is. Er zit ‘grijpen’ in; je ‘vat’ het, je ‘pakt het op’, je ‘maakt het je eigen’. Maar Von Neumann heeft gezegd: “In mathematics you don’t understand things. You just get used to them”.

Het lijkt me toch wat negatief gedacht. Wel geloof ik dat begrip van iets abstracts en daarmee kunnen omgaan toch sterk leunt op het idee dat je ervan krijgt door met voorbeelden om te gaan. Halmos heeft zelfs gezegd: “The heart of mathematics consists of concrete examples and concrete problems”. En hetzelfde idee over het belang van het concrete voor het begrijpen heeft Knuth getuige de titel van een van zijn boeken. Weer weg met Bourbaki en de New Math; al schrok ik laatst wel toen een klasje middelbare scholieren op bezoek bleek nooit van een verzameling te hebben gehoord. Als U wilt mag U in bovenstaande een pleidooi zien het mij dierbare vakgebied niet te verwaarlozen.

Mijn voorliefde ging en gaat uit naar de algebraïsche en de discrete kant. Een eeuw geleden zou dat gemakzuchtig zijn geweest denk ik, want Frobenius deelde die voorkeur maar mocht daar blijkbaar niet aan toegeven. Hij zei in zijn inaugurele rede: “Die behandlung algebraischer Fragen übte von Anfang an einen besonderen Reiz auf mich aus, und zu ihnen bin ich immer wieder zurückgekehrt wenn ich nach anstrengenden analytischen Arbeiten einer Ruhepause bedürfte.” Algebra als ontspanning, maar dat is geweest.

Ik ga U nog één citaat voorlezen, een tekst van de heer Cox, mijn meester in de tweede klas van de lagere school; hij zou nu leraar zijn in groep 4 van de basisschool. Hij schreef op mijn rapport, in de kolom bijzonderheden: “Ruudje moet in de vakantie de tafeltjes leren, ook door elkaar” Het was een goed advies.

Ik besluit met een kort maar welgemeend dankwoord, ik noem daarbij geen namen. Ik heb mij op het instituut steeds goed thuisgevoeld. Als broeinest van wat later sociale vaardigheden ging heten had het wellicht geen hoge temperatuur, maar in de liefde voor het vak waren we eensgezind. Allen met wie ik heb samengewerkt dank ik daarvoor.

Een kort woord aan mijn echtgenote, ik zou geen namen noemen. Bij dit soort gelegenheden wordt vaak gezegd dat zij zo achter haar man stond en hem steunde in zijn carrière; de directie trekt dan ook nog eens 17 gulden 50 uit voor een fraai boekje. Bij ons ging dat anders; zij stond dan soms niet achter maar vóór mij om mij duidelijk te maken dat er ook leven was buiten de wiskunde. Daarvoor dank, maar laten we het niet overdrijven.

Ik neem afscheid. Tot familie en vrienden zeg ik: misschien zie ik je wel vaker nu. Tot mijn collega's zeg ik: een goed wiskundige heeft problemen op zijn werk; zo hoort het ook. Tot maandag!

Bestuurswissel

Zoals u elders in deze WORTELinDRUK kunt lezen, is Ruud Jeurissen met pensioen gegaan. Aangezine hij de contactpersoon tussen het Mathematisch Instituut en het bestuur van De Wortel was, moest iemand anders gevonden worden om deze taak te vervullen. Het bestuur van De Wortel is blij dat Ben Polman de plaats van Ruud wil innemen.

Nu heeft Ben wel een moeilijke taak gekregen, want Ruud zorgde altijd voor veel gezelligheid op onze vergaderingen, met name door oude herinneringen op te halen, doorspekt met een flinke portie humor.

Gelukkig zullen we Ruud bij onze eerstvolgende activiteit weerzien, met naar verwachting een boeiend vertelsel over De Rekenliniaal.

Naast Ben Polman zal ook Frans Janssen toetreden tot ons bestuur. Frans heeft een aantal jaren gewerkt als ambtelijk secretaris van de (toen nog) faculteit der Wiskunde en Informatica. Hij is nu werkzaam als beleidsmedewerker op het bureau van de universiteit.

Ruud, bedankt voor je plezierige bijdrage. Ben en Frans, we zijn blij om jullie in ons bestuur te mogen begroeten.

Rekentuig!

de activiteit van 2 oktober 1999

Elk academisch jaar organiseert de *Algemene Reünistenvereniging*¹ de Algemene Reünistendag ergens in oktober. Elke kring krijgt dan de kans om zich te laten gelden en natuurlijk laat ook *De Wortel*² zich nooit onbetuigd. Afgelopen jaar vond deze dag plaats op 2 oktober en De Wortel² en had als thema ‘wetenschap en maatschappij’. Als wiskundige krab je je dan eens achter de oren. De Wortel² bedacht toen dat de computer toch wel dé link met de maatschappij is. We vonden *Wieb Bosma*³, UHD bij de *subfaculteit*⁴ bereid om te laten zien wat een computer tegenwoordig allemaal kan betekenen voor een wiskundige.

De stelling:

Het grootste getal met de eigenschap dat het zelf, noch zijn opvolger deelbaar is door 43 (het veertiende priemgetal) is 421138799639.

Een algoritme van Lehmer maakt het bewijs van deze stelling tot een eindige rekenpartij. Zonder computer is dat natuurlijk wel mogelijk, maar je rekent je suf. Hier kan de computer vele handjes helpen. *Magma*⁵, een systeem voor computeralgebra lost je probleem zo op, je hoeft er alleen nog maar op te wachten.

Behalve als rekentuig, gebruikt de moderne wiskundige de computer ook nog als communicatie- en informatiemiddel. Om dat te illustreren liet Wieb³ zien hoe hij de informatie voor deze voordracht had opgezocht in de *bibliotheek*⁶ van Nijmegen en hoe hij e-mail contact had gehad met een collega in Duitsland die hem kon vertellen wat de Nederlandse wiskundige *Schoute*⁷ met de onderwerpen uit zijn verhaal te maken had.

¹<http://www.kun.nl/alum>

²<http://www.sci.kun.nl/wortel>

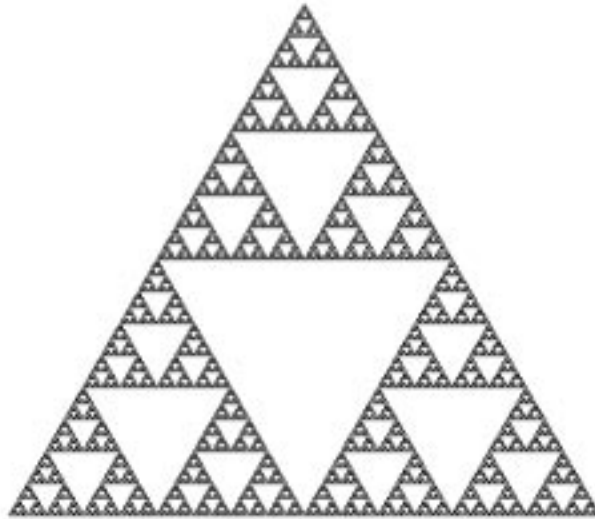
³<http://www.sci.kun.nl/math/~bosma>

⁴<http://www.sci.kun.nl/math>

⁵<http://www-math.sci.kun.nl/math/~bosma/magma>

⁶<http://www.kun.nl/ubn>

⁷<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Schoute.html>



De zeef van Sierpinski

Ook liet hij zien hoe de computer en internet kunnen helpen bij het visualiseren van concepten uit de wiskunde. Zo kon met animaties duidelijk gemaakt worden, wat de *torens van Hanoi*⁸ met de *zeef van Sierpinski*⁹ te maken hebben. Om dat te begrijpen bezoek je gewoon de internetpagina van een van Wiebs³ collega's die zich daar mee bezig houdt, zoals *Paul K. Stockmeyer*¹⁰.

Na die prachtige lichtshow van Wieb³, werd het thema 'wetenschap en maatschappij' voortgezet in café Hou-doe, want de wereld bekijken van achter een computer is leuk, maar toch ook niet alles.

⁸<http://www.mazeworks.com/hanoi/hanoi.htm>

⁹<http://home.steuber.com/sarah/Java/Sierpinski/Sierpinski.html>

¹⁰<http://www.cs.wm.edu/~pkstoc/h-papers.html>

Interview met Louis Maassen

5 januari 2000

Rond de feestdagen benaderden wij Louis Maassen voor een interview met WORTELinDRUK. Wij waren niet alleen zeer welkom te Huize Maassen, wij werden zelfs vergast op een uitstekend diner. Reeds onder het eten raakten wij aan de praat; na de dis zetten wij de conversatie voort:

Hoe was dat nou vroeger?

Een klein instituut. Een hechte club. Ze zijn, geloof ik in 1960 begonnen. Johan de Iongh had de leiding en dat is lang zo gebleven. Jan de Boer en Ton Levelt waren de andere twee hoogleraren: Rudy Hirschfeld, Henry Varma en Arnoud van Rooij de lectoren; Varma kwam in '64, en Van Rooij in '65 terug uit Amerika. Medewerkers waren Ruud Jeurissen, Wim Schikhof, Jan Smit, Mia Schrievers, Stef Tijs, Dick van Drooge, Marie-Therese Anten, Bert Ditters, Wilbert Wils... en misschien nog wel een paar. In '64 heeft De Iongh mij binnengehaald. Dat was met hedendaagse ogen gezien een rare geschiedenis. Op het inauguratiefeest van mijn vriend en zwager Jacques Benders in Eindhoven heb ik verkondigd dat het goed zou zijn als universiteiten leraren van het VHMO zouden inschakelen bij hun onderwijs aan eerste- en tweedejaars studenten: dat zou goed zijn voor zowel het VHMO als het WO. Een paar dagen later kreeg ik een telefoontje van Jaap Seidel: of ik wilde komen praten. Na veel gepraat en veel geschrijf bleek toch dat Eindhoven niet uit was op een gecombineerde baan voor mij: een volledige baan of geen baan. Ik vertelde het aan Piet Vredenduin; die zei: ik bel De Iongh wel eens. Drie dagen later had ik een deeltijdbaai in Nijmegen; ik heb tot september dagelijks van 8 tot 10 les gegeven op het KGL in Arnhem, om 10 uur toog ik naar Nijmegen. Zo ging dat toen.

In die eerste jaren leek het instituut mij vooral een onderwijsinstituut te zijn. De Iongh drukte zijn heel eigen stempel op het onderwijs; hij eiste zowel van zichzelf als van de anderen uiterste precisie. Hij was leerling van Brouwer, op didactisch gebied van Mannoury: hij had een grote bewondering voor Freudenthal, maar ik heb hem nooit kunnen betrappen op enig enthousiasme voor diens zg. *locale exactheid*: zeker voor studenten moesten de uitgangspunten helder en expliciet zijn. Elke student werd in zijn eerste halve jaar bij hem uitgenodigd voor een gesprek, samen met de practicumleider van dat jaar. Hij onthield de resultaten van die gesprekken: belangstellingen, hobby's, schoolprestaties, omstandigheden. Hij kon hard zijn voor studenten die niet werkten maar hij gaf de practicumleider de opdracht de student zo goed mogelijk te verdedigen. Hij deed wat hij maar kon om de mogelijkheden van iedere student te kennen: een advies wat anders te gaan doen, kon als het terecht was, niet vroeg genoeg gegeven worden, vond hij; terecht, lijkt mij.

Toen hij mij benoemde heeft hij vast wel aan de didactiek gedacht, maar hij heeft me pas na een paar jaar gezegd dat “daar wat aan moest worden gedaan”: er waren inmiddels studenten die gingen afstuderen en die moesten toch lesbevoegdheid hebben. “Maar daar weet ik niks van” zei ik. “Geen bezwaar! Dat weet niemand, ik ook niet, we doen het gewoon samen”. Eén jaar hebben we dat gedaan. Ik heb veel geleerd in dat jaar: hij formuleerde wat ik ook vond, en hij bevestigde de formuleringen die ik geleidelijk aan zelf durfde te maken. Na een jaar vond hij dat ik het wel alleen kon, ik vond dat heel erg. De eisen voor onderwijsbevoegdheid waren toen nog maar matig: een college algemene didactiek volgen, bovendien een college didactiek van de wiskunde en een uur of wat hospiteren in een school voor VHMO. De Jongh en ik hadden als afsluiting óf een voordracht óf een scriptie geëist.

Verder was ik in het vaste curriculum ingeschakeld. In '69 had De Boer gemerkt dat de meetkunde in het VHMO alsmaar stiefmoederlijker werd behandeld; hij vond dat toekomstige wiskundeleraren onderwijs in klassieke meetkunde moesten krijgen; hij droeg mij zo'n college op: euclidische meetkunde zat al sinds mensenheugenis niet meer in universitaire curricula; hij veronderstelde denk ik dat ik dat vak wel zou kennen, ik had toch — samen met Cees van Oosten — meetkundeboekjes gemaakt; daardoor wist ik er vast meer van dan de anderen. En misschien was dat ook zo. Ik maakte in die jaren op verzoek van een paar collegae van het KGL meetkundewerkschriften, die zijn later ook in Boxmeer gebruikt waar Lodewijk van Schalkwijk, Dolf van de Homberg, Herman Alink,... les gaven; ik was daar wel trots op: in mijn ogen had Boxmeer zo ongeveer de beste wiskundesectie. Bij het schrijven van die werkschriften ben ik flink gestimuleerd door Henry Varma. Dit als demonstratie van het verkeer in *beide* richtingen, dat ik straks bedoelde. Trouwens, ik heb mij altijd sterk geïnspireerd gevoeld ook door andere collegae van Nijmegen zolang ik in Arnhem werkte, en dat was tot september 1975.

Je hebt in Nijmegen je vrouw leren kennen?

Ja, dat is zo. Maar daar is een droevige geschiedenis aan voorafgegaan. Mijn eerste echtgenote is even plotseling als onverwacht overleden; mijn kinderen waren toen nog op de middelbare en lagere school. Mia, die ons gezin had leren kennen, heeft ons haar hulp aangeboden; anderhalf jaar later zijn wij getrouwd. Ik zou niet weten hoe wij ons zonder haar hadden kunnen redden.

Ook op het instituut is er in die tijd veel gebeurd.

Zeker. In 1974 is het instituut zelfs bezet geweest. De reden: een meningsverschil tussen studenten en docenten over de wijze waarop bepaalde colleges werden gegeven. Ook in Nijmegen waren er toen wiskundestudenten die bezielde waren van dat merkwaardige gelijkheidsideaal uit die jaren: sommige colleges werden als te moeilijk door sommige studenten ervaren; die moesten eenvoudiger worden en door andere docenten worden

gegeven; en die colleges moesten door alle studenten worden gevolgd, ook door degenen die de oorspronkelijke colleges prachtig vonden. “De besten mochten niet nog beter worden”, zoiets. Aan die laatste eis weigerde het sectiebestuur — Van Rooij, De Vries en ik — te voldoen. Bezetting! Er kwamen gewoon twee studenten je kamer binnen, die zeiden “het instituut is bezet, u wordt verzocht deze kamer te verlaten”. Een nagel aan de doodskist van Johan de Jongh: zijn instituut door zijn studenten bezet! Wij dachten aanvankelijk: onze kamers bezet, lastig; maar we kunnen ons werk gewoon blijven doen; ze zullen er wel een keer genoeg van krijgen. Louw loene! Zo dacht niet de minister en dus niet het college van bestuur. Via de voorzitter van de faculteit kregen we opdracht met de bezetters in gesprek te blijven. Ondertussen was er al een hele poppenkast geweest van een aftredend en weer in functie tredend bestuur. Elke middag moesten we opdraven: praten met studenten. Die vaardigden elke middag anderen af zodat we telkens van voren af aan begonnen. De leider van de bezetting was aardig goed onderlegd hoe zulke onderhandelingen te voeren, geloof ik.

Is er nog wat blijven hangen tussen mensen? Er raken dingen beschadigd; dat blijft lang doorwerken. De meeste verhoudingen zijn wel weer goed gekomen, maar de echte vertrouwelijkheid van ervoor is minder geworden. Mij is niet duidelijk geworden waar het verschil van mening nu precies in zat. Wat ik net vertelde was natuurlijk maar een aanleiding; de democratiseringsgolf kwam over ons heen; Nijmegen wou in roodheid niet onderdoen voor Amsterdam, denk ik. Sommige stafleden van de Nijmeegse universiteit wilden mee met die golf, anderen zeiden: “wat is dat voor flauwekul; wij weten toch wat studenten zouden moeten leren”. Laat sociologen maar vertellen wat er toen aan de hand is geweest. Er is wel een nieuwe bestuursstructuur gekomen; die is van hogerhand opgelegd, al of niet afgedwongen door dergelijke acties.

Er waren natuurlijk sowieso grote ontwikkelingen in het wiskundeonderwijs, ook op de scholen. Ik heb in ten minste twee commissies gezeten voor wijziging van het studieprogramma. Heb je de speech van Ruud Jeurissen gelezen die hij op zijn afscheidsreceptie gehouden heeft? Die moet op zijn minst in WORTELinDRUK. Hij beschrijft heel mooi hoe dat in de loop van de jaren is gegaan, de invloed van de politiek op het wetenschappelijk bedrijf.

Hoe is het gekomen dat zowel de wetenschappers op universiteiten als de leraren op zo’n definitieve manier het vakmanschap uit handen hebben gegeven in de jaren '70?

Of het in WORTELinDRUK mag weet ik niet, maar onder de wiskundendidactici vonden alleen die van Nijmegen en Eindhoven (Jan Donkers, Wim van Meeuwen) het belangrijk om wiskundigen van de universiteiten te betrekken bij de inhoud van de zg. schoolwiskunde, en niet alleen bij de inhoud,

ook bij de vorm waarin dat vak gepresenteerd wordt. Anderen — de een zus, de ander zo — leken zich af te zetten tegen de wiskundigen; in extreme vorm: “dat zijn vakidioten, die weten niet wat je met kinderen en wiskunde kunt doen”; vraag maar aan Frans Keune, die kan er zelfs nu nog van mee praten. Alsof die wiskundigen geen kinderen hebben, niet weten hoe het in wiskundelessen toe gaat. Sommigen van hen zijn zelfs getrouwd met een wiskundeleraar! Het is jammer, maar het heeft er alle schijn van dat die overgrote andere groep het heeft gewonnen. Freudenthal heeft het IOWO in Utrecht gesticht, het huidige Freudenthalinstituut. Sinds hij daar weg is, lijkt de invloed van de universitaire wiskundigen op het onderwijs drastisch verminderd. Maar er is hoop: het project dat Keune in zijn oratie aankondigt, lijkt instemming en steun te krijgen.

De macht is de wiskundigen gewoon ontnomen?

Dat zou best kunnen... hm... daar zit misschien wel een proefschrift in... In wezen lag diezelfde strijd ten grondslag aan mijn vertrek van het KGL. De directie, gesteund door een paar leden van de wiskundesectie, zeiden: “jullie gebruiken exclusieve methoden, zo kunnen wij jullie resultaten niet vergelijken met die van gebruikers van de grote landelijke methoden: jullie moeten er zo eentje invoeren”. Maar die exclusieve was nu juist ontstaan uit onvrede met die grote! In navolging van Freudenthal pasten wij het idee van *locale exactheid* toe; daarmee kun je kinderen leren redeneren. Geleidelijk aan kun je die terreinen met hun eigen locale exactheid met elkaar verbinden.

Ik help zo af en toe mijn kleindochter en die kent wiskunde als een tru-kendoos. Ze weet dat zelf ook, maar met psychologisch inzicht begrijpt ze snel wat van haar verlangd wordt, ze haalt heel goede cijfers. Als ik vraag “waarom dát dan?”, bladert ze razendsnel door het boek en zegt “daar staat het, is het niet goed soms?” Ik ben bang dat dat kenmerkend is voor het huidige onderwijs. Ik begrijp de wiskundeleraren wel: de druk is heel groot; de school moet presteren, scholen worden op hun “productie” afgerekend. Geef dan maar eens niet toe aan de verleiding die korte-termijndoelen met drill te bereiken. Maar daarmee — lijkt me — is het wiskundeonderwijs geen onderwijs in de wiskunde meer. Als ik een moderne methode inkijk, denk ik wel eens: “misschien kunnen talenleraren hiervan leren, dit is prachtig, tenminste... als wiskunde een vak was dat je kunt leren zoals je — zeg — de Franse taal leert”. Pure receptuur. Met zelf-wiskunde-doen heeft het niet veel te maken.

Lees verder op bladzijde 14

Nadere

AANKONDIGING

van onze eerstvolgende activiteit over

DE REKENLINIAAL

Een workshop door Ruud Jeurissen. Meer hierover kunt u lezen op
bladzijde 22

Aansluitend hierop willen we, na het daverende succes van vorig
jaar, een traditie in gang zetten met een oergezellige en alleen met
goed weer gehouden

BARBECUE

waar de WORTELinDIPSAUS niet zal ontbreken.

Reserveer hiervoor een plekje in uw agenda op

zaterdag 3 juni 2000] ontvangst 15:00

workshop 15:30

aperitief/wandeling 17:00

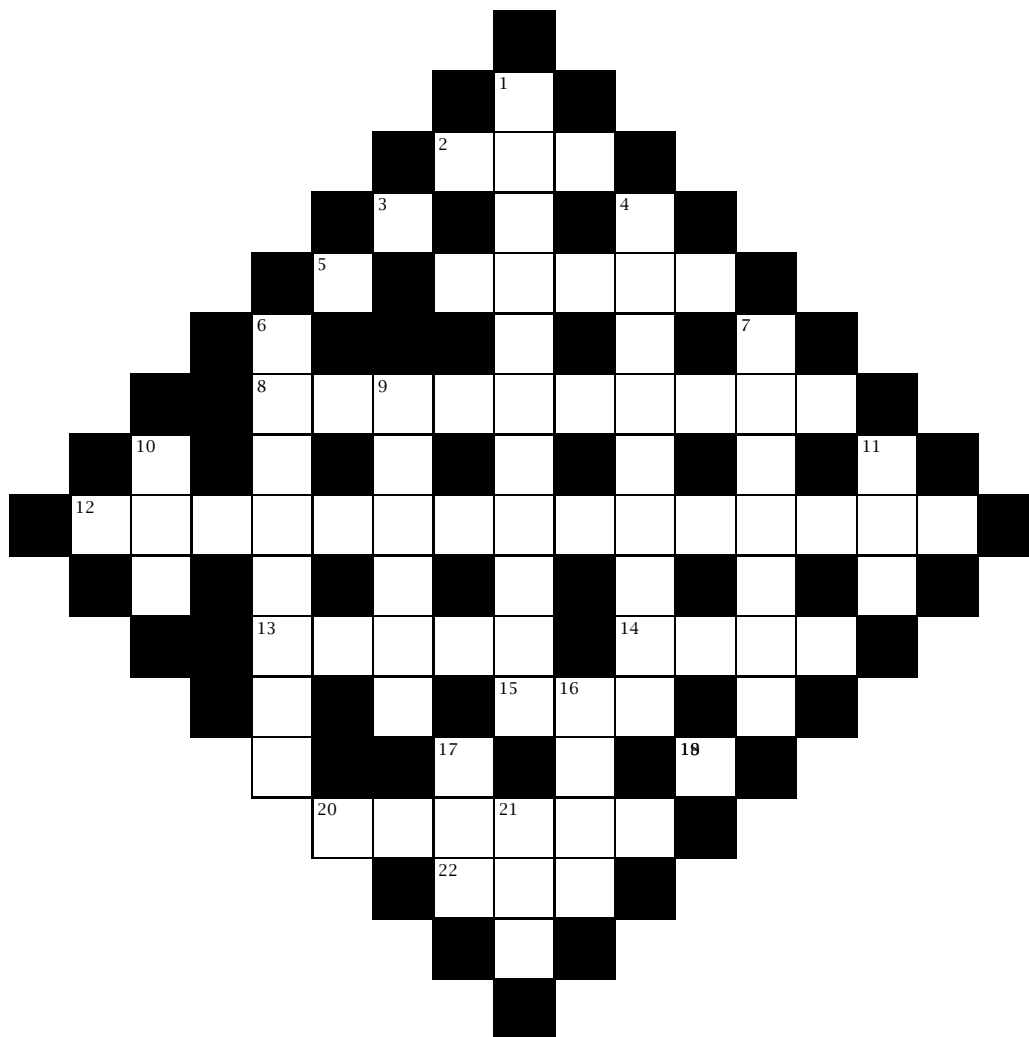
barbecue 18:00

U kunt zich hiervoor vanaf vandaag opgeven via de gebruikelijke
kanalen:

1. <http://www.sci.kun.nl/wortel/>,
2. <mailto:dewortel@sci.kun.nl>,
3. een briefje naar het correspondentieadres:

De Wortel
p.a. secretariaat Wiskunde
Toernooiveld 1
6525 ED Nijmegen
Fax: (024)3652140

Crypto



Horizontaal

- 2) munt aan je hoofd (3)
- 5) Deze plek is goed zonder geld (7)
- 8) Samengaan vormt het getal (10)
- 12) familiebaan (15)
- 13) Eindigen met een miljoen nul-
len (5)
- 14) Kun je in korte tijd delen (4)
- 15) Is de rivier weer recht? (3)
- 19) omschrijving van niks (1)
- 20) wiskundige religie in zee (6)
- 22) net voor kip (3)

Verticaal

- 1) Dat spreekt Kim. (11)
- 3) In deze richting gaat-ie goed (2)
- 4) Verplicht stappen maakt het af (9)
- 6) pastachoca dierenkleding (8)
- 7) stuiter is geen schudder (7)
- 9) Egyptenaar eist drank. (6)
- 10) rinkelend glas (3)
- 11) bezittelijk gewicht (3)
- 16) Met vlijt 5 van de poel aftrek-
ken. (4)
- 17) Rivier loopt leeg (3)
- 18) omschrijving van niks (1)
- 21) hengst (3)

Tom Lijnse en Adri van Binsbergen

Moet je wiskunde anders leren dan Frans?

Tja, wat moet ik daar nou over zeggen. Niet zo lang geleden, een jaar of 5, 6, heeft Van Rooij mij verteld: er zijn nú studenten gekomen die vragen “hoe moet ik dat doen?” Ik zeg dan: “denk er eens over na”. Dan antwoorden ze me “maar dat moet ú me toch leren!” Ik herinner me dat mij dat wel eens overkwam bij brugklasleerlingen. De jaren daarna heb ik mijn best gedaan die kinderen de ervaring te geven dat zij veel zelf konden: “voor jou is je eigen manier de beste als die tenminste niet fout is, en jij bent de eerste om dát te beoordelen”.

Als er één vak is waarmee leerlingen van de middelbare school kunnen leren redeneren, op een eerlijke manier, ervaren dat ze afgestraft worden als ze een fout maken omdat dan de zaken niet meer kloppen, en zo vertrouwen in eigen denkvermogen kunnen krijgen, dan is het wel wiskunde. Natuur- en scheikunde zijn ook wel geschikt, maar daar beslist de natuur wat waar is en wat niet waar. In de wiskunde doe je dat zelf.

Ik weet nog dat ik Freudenthal vroeg: “wat is er belangrijk aan de stelling dat de middelloodlijnen van een driehoek door n punt gaan?” Hij zei: “niets! Van belang is de redenering — en hij gebaarde met zijn handen — die twee lijnen snijden elkaar, dát stuk is even lang als dit en dit even lang als dát, en dus... en dus...” *Wiskunde met oog, hand en hoofd* noemde hij dat. En alleen mensen die zo wiskunde hebben geleerd, hebben er later nog wat aan. “In de wiskundelessen heb ik leren denken” zeggen me oud-leerlingen nog wel eens, vooral leerlingen van gymnasium alfa. Maar als ik kamerleden hoor, denk ik wel eens: die lui hebben slecht wiskunde-onderwijs gehad. Maar veel recht van spreken heb ik niet, want toen zij op school zaten, was ik wiskundeleraar.

Wat is het doel van wiskundeonderwijs dan? Op de middelbare school? Is het van belang om een bepaalde vorm van denken aan te leren (wiskunde dus), of de concrete toepassingen van wiskunde?

Ik ben in de oorlog — als een soort onderduiker om niet naar Duitsland te hoeven — een paar maanden leerling geweest van de textielschool in Eindhoven samen met anderen die net hun eindexamen hadden gedaan. We kregen o.a. les van een wever, een indrukwekkende man. We plaagden hem wel: waarom vermenigvuldigt u die getallen nou; waarom deelt u ze niet op elkaar? “Nééé,” zei die, “als je ze deelt komt het verkeerd uit hoor!” Hij kende de regels uit ervaring en daar is niets mis mee voor wie er dagelijks mee werkt.

Mag ik de parallel zo trekken: je leert op school bagage, op de textielfabriek leren ze je de daadwerkelijke toepassingen wel.

En als je dan bovendien geleerd hebt, er over na te denken, begrijp je het kunstje ook; dat is plezierig, dat draagt bij aan je levensgeluk.

Maar het is ook iets wat je veel moeilijker meet.

Die jongens van onderwijskunde denken dat een wetenschap pas wetenschap is als je de dingen kunt meten, dus gaan ze dingen meten. Maar dat de dingen die ze meten soms volstrekt irrelevant zijn, lijken ze niet in de gaten te hebben. Om de zoveel jaar heb je de meting van het wiskunde-onderwijs over de hele wereld. Ik heb ooit in de commissie gezeten die de opgaven voor Nederland moest bewerken; Vredenduin weigerde erin te gaan zitten; Van der Blij, Duparc en ik zaten erin samen met onderwijskundigen. Toen we klaar waren, heb ik aan de wiskundigen gevraagd of wat we gemaakt hadden, zou meten wat we interessant vonden. We waren het erover eens dat er hooguit werd gemeten welke trucjes de kinderen kenden. Inzicht peilen is ook erg moeilijk. In wiskunde-B-examens betekent “bewijs dat...” niks anders dan “maak een berekeningetje”; als er een uitzondering is, is die me ontgaan.

Het bedrijfsleven heeft geld om een boel te financieren. En geld is macht... Krijgt het bedrijfsleven meer invloed op het wiskundeonderwijs?

Wat vraagt het bedrijfsleven? Moet mijn oudste kleindochter de differentiaalrekening kennen zoals zij die nu kent? Zijn er bedrijven die geïnteresseerd zijn in mensen die goed functies kunnen differentiëren? Zij hebben belang lijkt me in iemand die in staat is haar hersens te gebruiken en met enig zelfvertrouwen dingen kan bedenken, voldoende zelfkritiek heeft en met anderen kan overleggen. Dát is wat we kinderen moeten leren; als ze dat niet leren, dan zullen ze de kunstjes vergeten (als ze die niet toevallig geregeld nodig hebben). Wiskundeonderwijs kan uitstekende diensten bewijzen; voor wie daarin alleen maar kunstjes leert is het allemaal verloren tijd, er blijft dan niets van over, maar nu val ik in herhaling. We moeten kinderen helpen hun talenten te ontwikkelen; zeker, ze moeten dat grotendeels zelf doen; op die gedachte berust het zg. studiehuis. Zijn jullie niet bang dat dat een flop wordt? Hebben kinderen al zoveel meer geleerd dan apenkunstjes uitvoeren, dat zij nu zelfstandig kunnen leren?

Eén uitspraak van Freudenthal heeft misschien een slechte invloed gehad: je moet kinderen wiskunde aanbieden vanuit hun belevingswereld. Daar had hij natuurlijk groot gelijk in, maar het is een slogan geworden. Ik denk dat de Wageningse methode veruit het beste schoolboek is: er staan prachtige probleempjes in; maar zelfs daar wordt soms verzuimd tot voldoende generalisatie op te stijgen, kortom er wiskunde van te maken; er wordt niet of maar hoogst zelden gekwantificeerd. Frans Keune geeft de indruk een ander standpunt in te nemen: je moet het juist niet uit concrete situaties halen: wiskunde gaat over abstracte dingen. Ik kies de zijde van Polya: elke niet-immorele motivatie is goed. Maar de concrete dingen kunnen ook zoveel van je aandacht opeisen dat je erdoor in de war wordt gebracht; ikzelf heb daar soms last van als ik mijn kleinkinderen help.

Het kunnen mathematiseren is wel belangrijk.

Daarvoor moet degene die het doet, de wiskunde al wel kennen. En dat is bij leerlingen te weinig het geval, het kan dus eigenlijk niet echt. Het Modellenpracticum in Nijmegen wordt van het tweede jaar naar het derde verschoven, meer kennis van wiskunde lijkt wenselijk geacht te worden.

Je ziet het in de tweedefaseopleiding in Eindhoven ook: de ontwerpersopleidingen. Maar wat is wiskunde dan?

Ik citeer dan professor Nico Kuiper maar: Pak de reviews van de laatste tien, twintig jaar; leg die op een stapel. Dat is wiskunde. Erg makkelijk: zo te controleren.

Is wiskunde iets wat we bedacht hebben, ontdekt hebben, uitgevonden hebben?

Kronecker zei: De natuurlijke getallen zijn door God gemaakt, de rest is mensenwerk. Ik denk dat ik dat ook vind. Hoewel... de rationale getallen zou ik wel bij de natuurlijke willen rekenen.

En het snappen van de natuurlijke getallen, dat is toch een stap verder.

Bij de natuurlijke getallen lijkt me ontdek je de dingen, bij de andere worden de eigenschappen gemaakt. De wiskundige maakt veel van zijn wiskunde; hij heeft over de onduidelijkheden zo goed nagedacht dat hij doelmatige definities maakt, zo maakt hij de instrumenten waarmee hij goed werken kan. Maar stel die moeilijke vragen straks maar aan Arnoud van Rooij als hij afscheid neemt van het instituut.

Hoe zit het nou met meetkunde?

Lijnen, punten, vlakken zijn idealisering van dingen die we waarnemen. En met redeneringen vanuit axioma's van euclidische of niet-euclidische meetkunde proberen we de ruimte te beschrijven waarin we leven, lijkt een beetje op natuurkunde.

Maar de natuurlijke getallen zijn toch ook gemaakt met die vijf regeltjes?

Maar een mens *ontkomt* er niet aan om natuurlijke getallen te vormen, en daar heeft hij de axioma's van Peano niet voor nodig. Net zoals hij er niet aan ontkomt om het begrip boom te maken.

Ontkomt een mens wel aan het begrip lijn als kortste verbinding tussen twee punten?

Ik denk niet aan een lijnstuk als kortste verbinding. Hoewel... de driehoeksongelijkheid wil ik wel als door de natuur gegeven zien, net zoals lijn- en vlakspiegelingen. Is het erg gek dat ik 5 als iets concreets zie en lijnen als idealisering? Misschien is 5 wel net zo gedealiseerd... ik heb die uitspraak van Kronecker in mijn jonge jaren gehoord, dat heeft mij beïnvloed, daar ligt het misschien wel aan.

Hoe zou Kronecker het in het jaar 2000 formuleren?

Ai. Ik geloof dat ik daar een vermoeden van heb. Ik ben Kronecker ook niet. Nou misschien zou hij zeggen dat de natuurlijke getallen door de natuur gegeven zijn; een kwestie van taalgebruik? In de tijd van Kronecker werd zoiets met behulp van “God” geformuleerd.

Ik denk trouwens ook dat mensen niet ontkomen aan de stelling van Pythagoras. Wie heeft ook al weer geopperd om in het groot een figuur van die stelling te maken zodat marsbewoners zouden kunnen weten dat aardbewoners kunnen denken?

Het grote Begrijpen of het Grote begrijpen?

Dan moet ik iets van mijn geloof op tafel leggen en daar houd ik niet zo van. Maar vooruit, een mens vraagt zich af of er een wezen bestaat dat je “God” zou kunnen noemen. Ik heb ervaringen van tweeërlei aard. Ik ervaar dat er zoiets moet zijn als absolute waarheid. Als ik wiskunde bedrijf dan is dat op mijn manier zoeken naar waarheid. Als ik daar iets vind, heb ik iets van die waarheid te pakken. Dat beantwoordt soms een beetje aan een religieus gevoel. Dat zal wel horen bij wat je *het grote Begrijpen* noemt. Ik heb niet de pretentie het *Grote* te kunnen *begrijpen*. Het *grote Begrijpen* kan gemeten worden met elke individuele maat. Van de andere kant ervaar ik iets dat niet rationeel is. Ik besef dat het geloof gebaseerd is op alleen menselijke uitspraken. Zijn die waar? Het lijkt me meer een kwestie van emotie dan van ratio. Ik ben lid van een Gregoriaanse schola, ik zou de liturgievieringen met dat koor niet kunnen missen denk ik. Dat deel van de religie, ik bedoel: de liturgie, lijkt mij meer een gedicht te zijn. Van een gedicht vraag je niet of het waar is. Liturgie is een uiting van respect.

Op dit moment stopt de band. Later op de avond wordt nog gediscussieerd over de opinie van de interviewers over het grote Begrijpen of het Grote begrijpen. Helaas is deze discussie niet voor het nageslacht bewaard gebleven. Maar zij werden dan ook niet genterviewd.

Vlak voor het vertrek van de laatste treinen naar het Zuiden bedanken wij mevrouw en meneer Maassen hartelijk voor de geboden gastvrijheid en openhartigheid.

Jan Cuijpers
Twan Laan

Essenties: Ratten en Wiskunde

U zult zich misschien bij het lezen van bovenstaande titel verbaasd afvragen wat ratten met wiskunde te maken hebben! Mijn antwoord is: aan de ene kant niets, maar aan de andere kant toch ook heel veel. Er is namelijk een aantal verrassende gelijkenissen. Zoals u allen ongetwijfeld weet roept de opmerking “ik heb wiskunde gestudeerd” meestal een reactie van afschuw op. Hetzelfde gebeurt als je zegt “ik heb ratten als huisdier”. Beide reacties komen voort uit een “jeugdtrauma”: bij wiskunde gebeurt dit op de middelbare school en de jeugdherinneringen van ouders, grootouders enz. zorgt voor het negatieve beeld van ratten. Wat de meeste mensen helaas niet weten is hoe mooi wiskunde is en hoe fantastisch ratten zijn en ook hoeveel vreugde je aan beiden kunt beleven. Het wiskundige deel hoeft ik u natuurlijk niet uit te leggen. Ik zal daarom in de rest van dit verhaal iets over mijn grote bewondering voor ratten beschrijven.

Dat ratten slim zijn is algemeen bekend. Een mooi voorbeeld kreeg ik te zien toen ik ze een keer chocolademelk uit mijn hand had laten drinken. De volgende dag toen ik weer chocolademelk dronk, stonden ze meteen bij mij en kropen op me. Ik hield mijn mok vlug omhoog zodat ze er niet bij konden komen, maar onmiddellijk besloot er een dat hij dus via mijn naar boven gestoken arm naar de mok moest kruipen. Ik kon toen niets anders dan mijn vrouw om hulp vragen!

Hun slimheid was (ze zijn inmiddels beide overleden) voor mij nog het minst interessante deel. Het was prachtig te zien hoe ze door ons huis achter elkaar aanrenden en hoe ze iedere avond met chocoladevla (waaraan ze inmiddels verslaafd waren geraakt!) naar hun kooi gelokt moesten worden. Echter, vooral kreeg ik groot respect voor de manier waarop ze met elkaar omgingen. De jongste, Spencer, had astma en ik herinner me nog heel goed hoe op een warme dag in Barcelona de zon in hun kooi scheen en hoe Sammy (de oudste) de astmatische Spencer tegen de zonnestralen beschermde door hem in de schaduw van zijn lichaam te houden. Omgekeerd was het ontroerend te zien hoe Spencer de blinde Sammy geleidde op hun stroomtochten door ons huis. Maar het was vooral de verdraagzaamheid en zorgzaamheid van Sammy die een heel grote indruk op mij maakte. De laatste weken van Spencer zorgde Sammy dag en nacht voor hem en liet het toe dat wanneer hij zelf even sliep Spencer over hem heen trapte en hem steeds maar weer stoorde. Vier weken na de dood van Spencer overleed ook Sammy: ik ben er zeker van, van verdriet!

Deze schitterende kant van ratten is (denk ik) voor de meesten onbekend. De uitdrukking “het zijn net ratten” is dan ook geheel ten onrechte! De les die we kunnen leren is: oordeel niet te snel en zeker niet omdat anderen het doen!

Arno van den Essen

Is Internet nog wel safe?

Enige tijd geleden is er een voorzichtige toenadering ontstaan tussen de besturen van De Wortel en andere renistenverenigingen van wiskundestudenten. Ervaringen uitwisselen was het eerste doel, maar het samen organiseren van activiteiten is natuurlijk ook een mogelijkheid. Op 16 december organiseerde WIRE, onze Eindhovense zustervereniging en tevens aanstichter van de toenaderingspogingen, een lezingenavond met als onderwerp de veiligheid van Internet. Er werd samengewerkt met VIE, de renistenvereniging van Eindhovense informaticastudenten, en bij wijze van proef stond de activiteit ook open voor leden van De Wortel. Die laatste mededeling bereikte ons te laat om iedereen nog tijdig op de hoogte te kunnen stellen - door tijdsgebrek moesten we ons beperken tot een mededeling op de internetsite van De Wortel. Alle begin is moeilijk en met dit verslagje proberen we het nog enigszins goed te maken.

Want de avond was zeker de moeite waard! Sprekers waren Paul de Bra (TU Eindhoven) en Herman te Riele (CWI). Allebei vertelden ze over beveiligingen op Internet. De Bra deed dat vanuit het standpunt van de informatica en Te Riele vanuit wiskundig standpunt, met als extra wapenfeit dat zijn onderzoeksteam er onlangs in slaagde een veelgebruikte beveiligingscode te kraken.

De Bra opende de avond. Na een korte introductie over wat Internet eigenlijk is (een netwerk? Een protocol? Een wereldgemeenschap van mensen die dit protocol gebruiken? Een collectie informatiebronnen en -diensten?) en het succes van het Internet (door de standaarden die democratisch tot stand komen) kwam hij tot de kernvragen: welke internetdiensten zijn interessant om te kraken, en welke gevaren liggen er dan op de loer? Als voorbeeld van een interessante dienst om te kraken nam hij telkenmale de internetserver van de TU Eindhoven - een overbodige poging om de toehoorders op het puntje van hun stoel te krijgen?

Een risico op Internet is "snooping": een tussenliggende computer luistert de communicatie tussen twee andere computers af. Met andere woorden: het creditcardnummer dat u over Internet verstuurd wordt door een derde computer overgeschreven, waarna de eigenaar van deze computer vrolijk aan het winkelen slaat. Een wat geavanceerdere vorm om de zaak te belazeren is "spoofing": luister de communicatie tussen computer A en computer B af door te doen alsof je computer B bent en gemanipuleerde informatie door te sturen naar de echte computer B.

Met deze risico's in het achterhoofd kun je een aantal eisen formuleren voor veilig Internet:

- Vertrouwelijkheid. Afluisteren kan altijd, zorg dus dat de afgeluisterde boodschap niet begrepen kan worden.
- Integriteit. Zorg dat je boodschap onderweg niet kan worden gewij-

zigt.

- Authenticiteit. Zorg dat je kunt controleren wie de afzender van een boodschap is.
- Onontkenbaarheid. Zorg dat zender noch ontvanger niet kunnen ontkennen dat de boodschap is verstuurd.

De vertrouwelijkheid van je boodschap kun je garanderen door je bericht goed te versleutelen. Daar zijn twee mogelijkheden voor: geheime sleutels en publieke sleutels. Het voordeel van een geheime sleutel is dat deze snel en symmetrisch is. Het nadeel is dat het transporteren van zo'n geheime sleutel moeilijk is. Als iemand de sleutel onderschept is de sleutel namelijk niet meer geheim. In de praktijk wordt een combinatie van geheime en publieke sleutels gebruikt.

Een bekende versleutelingsmethode is de zogenaamde RSA-code. Die code is gebaseerd op het feit dat het heel moeilijk is om een getal in priemfactoren te ontbinden. Kies twee heel grote priemgetallen p en q , en laat $m = pq$. Laat bovendien $n = \phi(m) = (p - 1)(q - 1)$. $\phi(m)$ is de zogenaamde Eulerindicator. Kies tenslotte e zodanig dat $\text{ggd}(e, n) = 1$. (m, e) is de publieke sleutel. Bereken tenslotte d zodanig dat $ed \equiv 1 \pmod{n}$. d is de geheime sleutel (in combinatie met n). Om de geheime sleutel d en n uit de publieke sleutels m en e te kunnen berekenen is het nodig om m te ontbinden in zijn priemfactoren p en q , en het is erg moeilijk om die ontbinding te vinden.

Het versturen van een boodschap gaat als volgt. We nemen even aan dat de boodschap een getal x is, $1 < x < m$ en $\text{ggd}(x, m) = 1$ (het gebeurt niet vaak dat $\text{ggd}(x, m) \neq 1$, dan moet x namelijk een p - of een q -voud zijn en p en q zijn grote getallen). Versleutel de boodschap met de publieke sleutel: $y = E(x) = x^e \pmod{m}$. Het ontcijferen kan nu met de geheime sleutel: $D(y) = y^d \pmod{m}$. Immers, $D(y) = D(E(x)) = (x^e)^d = x^{ed}$. Omdat $ed \equiv 1 \pmod{n}$ is er een geheel getal k zodat $ed = kn + 1$. Daarmee: $x^{ed} = x^{kn+1} = (x^{\phi(m)})^k x \equiv 1^k \cdot x \equiv x \pmod{m}$, want $x^{\phi(m)} \equiv 1 \pmod{m}$ volgens de stelling van Euler.

Deze code, de zogenaamde RSA-code, heeft vele toepassingen: operating systems, secure telephones, ethernetkaarten, smartcards en ook het SSL-protocol dat voor versleuteling van onder andere betalingen op Internet wordt gebruikt. De RSA-code wordt door zeker 350 bedrijven gebruikt in meer dan 300.000.000 apparaten (onder andere mobiele telefoons), onder andere voor e-commerce, bij banken en bij beurzen. Momenteel wordt voor die code meestal een 512-bits getal gebruikt (ongeveer 155 decimalen). Dat is makkelijk (512 is een macht van 2 en dat vinden computers prettig), maar bovendien zijn er exportbeperkingen voor apparaten die een encryptie gebruiken met een sleutellengte langer dan 512 bits. Deze beperkingen zijn vastgelegd in het zogenaamde Verdrag van Wassenaar.

Het kraken van een 512-bits RSA-code heeft dan ook een behoorlijke maatschappelijke impact, zeker als het kraken van zo'n code betrekkelijk snel kan gebeuren. Het CWI heeft een 512-bits code gekraakt met behulp van een grote Cray-supercomputer en - nota bene - Internet. Een deel van de rekenarbeid kon namelijk parallel worden verricht. Zo kon het werk verdeeld worden over een driehonderdtal PC's en werkstations. Die verrichten de rekenarbeid in de tijd dat ze niet voor hun eigenlijke doel (bijvoorbeeld op kantoor) werden gebruikt.

Het project heeft circa 7 maanden geduurd. De ervaring met voorgaande kraakpogingen van RSA-codes is dat de gebruikte technologie binnen 2 tot 3 jaar gemeengoed zal zijn en dat gebruikers van 512-bits sleutels hun sleutellengte binnen een jaar moeten vergroten, willen ze geen al te groot risico lopen dat hun systemen gekraakt worden.

Gezien het tempo waarin steeds grotere RSA-codes gekraakt worden, zal ook een 768-bits codering geen lang leven beschoren zijn. Het kraken van een 768-bits RSA-code kost (met het huidige algoritme) circa 5000 keer zo veel rekentijd. Als er geen dramatisch sneller ontbindingsalgoritme wordt gevonden zal een 768-bits RSA-code nog circa 5 jaar veilig zijn. Nog een geluk dat er oneindig veel priemgetallen zijn!

Twan Laan

Oplossing vorige crypto

²	W		³	O	R	D	E	N	S	C	H	A	T		⁸	T	E	N	⁹
	E		N		O		E		U		R								A
¹⁰	N	E	V	E	N	B	E	T	R	E	K	K	I	N	G				
	T		E		D		D		E		E		L		E				
¹¹	E	E	R	D	E	R	E	N					¹³	B	L	A	D		
	L		L		R			O		¹⁴	P				I		A		
¹⁵	T	R	A	P	P	O	R	T	A	A	L			¹⁷	N	E	C		
	E		A		R			I		¹⁸	K	I	N	G		H			
¹⁹	E	N	T	R	E	E	B	E	²⁰	W	IJ	S		²¹	S	E	T		
	F				E				²²	E	S	T		B		E			
²³	J	A	A	²⁴	R	K	A	A	R	T		²⁶	I	E	R	E	N		
	E			I			A		E		G		O		I				
²⁷	S	C	H	O	T	E	L	A	N	T	E	N	N	E	S				

De Rekenlineaal

Geen scholier zal nog het woord “rekenlineaal” kennen (velen tellen zelfs niet verder dan 6, of zelfs 5,5, dat is immers al een voldoende). Men moet al wat ouder zijn om er ooit een gezien te hebben, en nog ouder om de trotse bezitter van zo’n ding te zijn en er misschien nog mee om te kunnen gaan ook.

Toch waren rekenlinialen nog niet zolang geleden dagelijks gebruiksgoed van ingenieurs, fysici en chemici, tot ze verdrongen werden door de zakjapanners.

Ze nemen een eerbiedwaardige plaats in in de historische rij van niet-electronische rekenhulpen: de abacus, de logaritmen-tafel, de rekenliniaal, en de met handslinger of electromotor aangedreven tandwielmachine.

In de eerstvolgende bijeenkomst van De Wortel zullen (vooral) rekenlinialen worden besproken en getoond. Hun mogelijkheden zullen worden gedemonstreerd, waarbij het verbazing zal wekken wat er allemaal kon worden berekend op een zo klein stukje materiaal, en hoe groot de precisie was.

Zie:

<http://www.sphere.bc.ca/test/fc.html>

voor prachtige plaatjes en

<http://www.sphere.bc.ca/test/sliderule.html>

voor antiquarische prijzen!

Breng er een mee als dat kan (voorzichtig, er zijn er bij die nu honderden dollars kosten!)

Benodigde voorkennis: $\log a + \log b = \log ab$.

Ruud Jeurissen

Colofon

WORTELindruk is de nieuwsbrief
van Wiskunde Reünistenkring

De Wortel

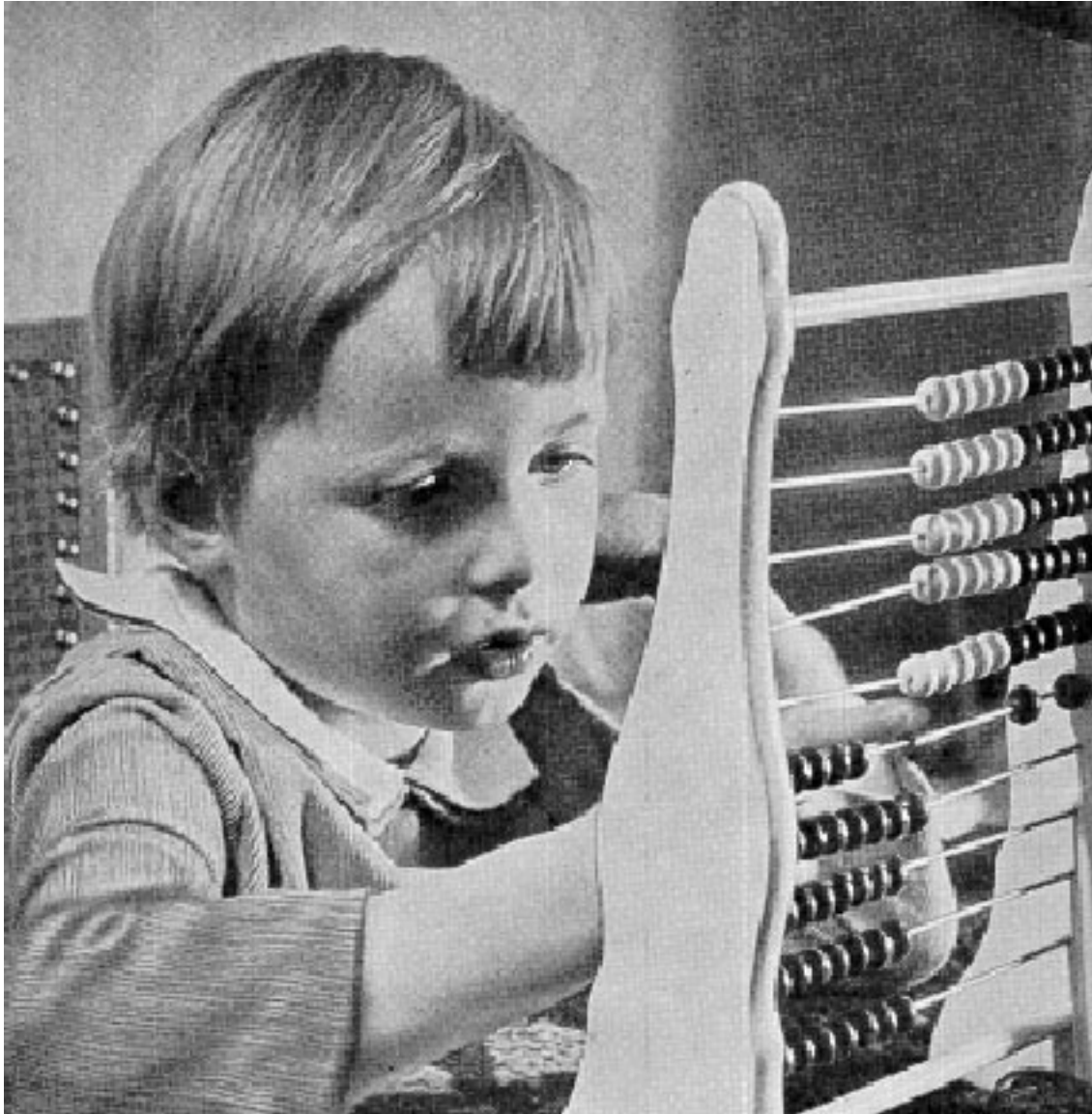
redactie: Mignon Engel, Jeroen Hendrix, Twan Laan
april 2000

jaargang 3 nummer 6

aan dit nummer werkten mee:
Ruud Jeurissen, Arno van den Essen,
Louis Maassen, Tom Lijnse, Adri van
Binsbergen

Uit de oude doos

Een plaatje uit de *Pythagoras*, wiskundetijdschrift voor jongeren uit 1962 geheel gewijd aan *de mogelijkheden van de moderne rekenliniaal*.



Onderschrift: *Van het telraam naar de rekenliniaal is niet zo'n grote stap als men gewoonlijk denkt. Bij beide wordt met de hand ingesteld en met het oog afgelezen.*

Bij beide wordt het geheugen niet belast en wordt de rekenaar niet verplicht zich te vermoeien met eindeloos combineren van een beperkt aantal van buiten geleerde optellingen (telraam) of vermenigvuldigingen (rekenliniaal).