

Tentamen Lineaire Algebra 2, 13 april 2015, 18:00-21:00, HG00.308

Maak iedere opgave op een **APART BLAD**, voorzien van je **naam** en **studentnummer**.

Opgave 1. (8 pnt) Decodeer de boodschap $-11, 26, -23, 0, 31, -7, -27, -18, -41$ welke gecodeerd is door de matrix

$$A := \begin{pmatrix} -1 & 4 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \\ -2 & 6 & -3 \end{pmatrix}.$$

ii) (2 pnt) Wat is het volume van $L_A(B)$, waarbij B de bol met straal 1 om de oorsprong in $\mathbb{R}^3$ is?

Opgave 2. i) (5 pnt) Zij $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ en $T : M_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ de $\mathbb{R}$ -lineaire afbeelding gegeven door $T(A) = BA$, voor alle $A \in M_2(\mathbb{R})$. Zij

$$(e) = \left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right)$$

een geordende basis van $M_2(\mathbb{R})$. Bereken $[T]_{(e)}^{(e)}$.

ii) (5 pnt) Zij $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ 16 & 17 & 18 & 19 & 20 \end{pmatrix}$.

Bereken $\dim N(A)$.

Opgave 3. Geef een bewijs of een tegenvoorbeeld.

i) (2 pnt) Zij $A, B \in M_n(\mathbb{R})$. Dan $\text{rang } AB = \text{rang } BA$.

ii) (3 pnt) Zij $A \in M_n(\mathbb{R})$ inverteerbaar. Dan $\det AA^t > 0$

iii) (3 pnt) Zij $A \in M_{m \times n}(\mathbb{R})$ zodat voor iedere $b \in \mathbb{R}^m$ de vergelijking $Ax = b$ een oplossing in $\mathbb{R}^n$ heeft. Dan spannen de kolommen van A de hele $\mathbb{R}^m$ op.

iv) (2 pnt) Als $AB = BA$ met A inverteerbaar, dan $BA^{-1} = A^{-1}B$.

Opgave 4. i) (4 pnt) Zij $n \geq 2$ en $A \in M_n(\mathbb{R})$ inverteerbaar. Bewijs dat $\text{adj } A^{-1} = (\text{adj } A)^{-1}$.

ii) (6 pnt) Zij $n \geq 1$ en E de $n \times n$ matrix bestaande uit allemaal enen. Zij $a, b \in \mathbb{R}$ en $A := (a - b)I_n + bE$. Bereken $\det A$. [Bekijk eerst $n = 1, 2, \dots$].