

Tentamen Calculus 4, 27 juni 2012, 8:30-11:30, Hal 2

LET OP: maak NIET twee opgaven op hetzelfde blaadje!!!!

Opgave 1. Zij $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x, y, z \geq 0, y \geq \sqrt{x}, z \leq 1 - y\}$.

- i) (3 pnt) Geef een beschrijving van B als een elementair gebied (motiveer met een algebraïsch argument of geef een goede tekening van B).
- ii) (7 pnt) Bereken de massa van B als de dichtheidsfunctie gelijk is aan $\delta(x, y, z) = 60x$.

Opgave 2. Zij S het stuk grafiek in $\mathbb{R}^3$ gegeven door $z = x^2 - y^2$ dat ligt boven

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}$$

Zij C de rand van S . We kiezen de oriëntatie op S zó dat de normaalvector op het oppervlak te $(0, 0, 0)$ gelijk is aan $(0, 0, 1)$.

- i) (4 pnt) Geef een positief georiënteerde parametrisering voor C .
- ii) (6 pnt) Zij $\vec{F} = (3z + x^5, \sin(y) + 3x^2, 3y + e^z)$. Bereken $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$.

Opgave 3. Zij S het oppervlak $z = x^2 + 2y$ in $\mathbb{R}^3$ dat ligt boven de driehoek met hoekpunten $(0, 0)$, $(1, 0)$ en $(1, 1)$.

- i) (3 pnt) Bepaal de oppervlakte van S .
- ii) (3 pnt) Geef een gebied D en een parametrisering $\Phi : D \rightarrow S$ waarvan de bijbehorende normaalvector op S te $(1, 0, 1)$ gelijk is aan $(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3})$.
- iii) (4 pnt) Bereken de flux van $\vec{F} = (x + \frac{1}{1+x^2}, y, 2z)$ door S , waarbij de oriëntatie op S is zoals in ii).

Opgave 4. (10 pnt) Zij S het oppervlak van de kegel gegeven door $x^2 + y^2 = z^2$ en $-1 \leq z \leq 0$. We kiezen de oriëntatie op S zó dat de normaalvectoren naar buiten wijzen. Zij

$$\vec{F} = (-x + y^3z, y + \sin(x^2 + z^2), z \cos(\sqrt{x^2 + y^2}))$$

Bereken de flux van $\vec{F}$ die door S naar buiten stroomt (voor alle duidelijkheid de flux door de cirkelschijf $x^2 + y^2 = 1$ op hoogte -1 telt dus niet mee).