

Naam: _____ Studentnummer: _____

Naam werkcollegeleider: _____

- Schrijf op elk vel je naam en studentnummer.
- Schrijf netjes en wees bondig. Motiveer alle antwoorden en berekeningen.
- Je hebt 120 minuten de tijd voor deze deeltoets (150 als je recht hebt op extra tijd).
- Je mag geen hulpmiddelen gebruiken.
- **Lever dit blad ook in!**

Question:	1	2	3	4	5	6	Total
Points:	10	5	10	10	10	9	54
Score:							

1. Beschouw de functie

$$f(t) = \frac{(e^t - 1)^2}{e^{2t} + 1} \quad (10)$$

op het domein $[0, \infty)$.

- Bereken een primitieve van f .
- Laat zien dat f injectief is.
- Bepaal het bereik van f .
- Bepaal de inverse f^{-1} van f en geef het domein van f^{-1} aan.

2. Formuleer de middelwaardestelling. (5)

3. De grootte van de populatie bacteriën op tijdstip t in een experiment is (10)

$$N(t) = (t - 1)^5 e^{1-t} + e.$$

- Bepaal $N'(t)$.
- Het experiment loopt voor t in $[0, 7]$. Bepaal de extreme waarden van N op dit interval.
- De universiteit besluit om het experiment te laten lopen tot het einde der tijden. Hoe groot is uiteindelijk de populatie bacteriën in het experiment?

4. Bepaal de onbepaalde integralen (10)

(a) $\int \frac{2x^3 + x^2}{x^2 + 1} dx,$

(b) $\int \frac{\cos(\ln(8t^3))}{t} dt.$

5. In het college hebben we gezien dat de integraal (10)

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$$

convergeert voor $x > 0$.

(a) Laat zien dat voor $x > 0$ geldt

$$x\Gamma(x) = \Gamma(x + 1)$$

door partieel te integreren.

(b) Bewijs met inductie dat $\Gamma(n + 1) = n!$ voor elk natuurlijk getal $n = 0, 1, 2, \dots$ (De conventie is dat $0! = 1$).

(c) Bereken $\Gamma(\frac{1}{2})$, waarbij je mag gebruiken dat $\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$.

6. Meerkeuzevragen, je hoeft geen uitleg of berekening te geven. Er is steeds maar één goed antwoord. Een verkeerd antwoord is **minus 1**, een correct antwoord is **plus 3** en geen antwoord is **nul** punten. (9)

Op dit blad je antwoord omcirkelen aub.

(a) De afgeleide van

$$\phi(x) = \int_2^{3x^2} \frac{t}{\ln(t)} dt$$

is $\phi'(x) =$

A. $\frac{3x^2}{\ln(3x^2)}$ B. $\frac{6x^2}{\ln(x)}$ C. $\frac{18x^3}{\ln(3x^2)}$ D. $\frac{18x^2}{\ln(3x^2)}$ E. $6x \left(\frac{3x^2}{\ln(3x^2)} - \frac{2}{\ln(2)} \right)$.

(b) De limiet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2) - x^2}{(\cos(x) - 1)^3}$$

is gelijk aan A. $-\infty$ B. $-\frac{8}{3}$ C. $-\frac{4}{3}$ D. 0 E. $\frac{4}{3}$ F. $\frac{8}{3}$ G. ∞ .

(c) $\sin\left(\arctan\left(\frac{5}{12}\right)\right)$ is gelijk aan

A. $\frac{5}{12}$ B. $\frac{12}{13}$ C. $\frac{13}{5}$ D. $\frac{5}{13}$ E. $\frac{12}{5}$ F. 1.