Proeftentamen Inleiding Wiskunde

Verwijs duidelijk naar resultaten in de syllabus (inclusief opgaven) die je gebruikt!

1. Bewijs (informeel) deel 2 van Lemma 2.1 over propositielogica:
$$T \vDash \alpha \to \beta \text{ desda } T \cup \{\alpha\} \vDash \beta,$$
waarbij α en β willekeurige uitspraken zijn (*semantische deductiestelling*).

2. Bewijs formeel in **PA** dat $PA \vdash t + s = s + t$, voor willekeurige termen s en t. *Hint:* bewijs via inductie op $\varphi(x) \equiv y + x = x + y$.

3. Stel dat een relatie $R \subset u \times u$ op een verzameling u symmetrisch en transitief is, en bovendien voldoet aan de eigenschap: $\forall_{x\in u}\exists_{y\in u}\, \langle x, y\rangle \in R$. Toon aan dat R een equivalentierelatie is.

4. Bewijs dat de poset $u = P(v)$, voor een willekeurige verzameling v, met partiële ordening $a \leq b$ desda $a \subset b$, suprema heeft.

5. (a) Bewijs (informeel) uit axioma's **R1** t/m **R4** voor een ring (dit zijn in feite de axioma's voor een abelse groep). dat de volgende *cancellatiewet* geldt:
$$\forall_x \forall_y \forall_z ((x + y = x + z) \to (y = z)).$$
   (b) Bewijs dat de ordening op $\mathbb{R}$ (zie Definitie 5.5) linear is, d.w.z.:
$$\text{als } A_1 \leq A_2, \text{ dan } A_1 + A_3 \leq A_2 + A_3.$$

Bonusopgave: Bewijs de eigenschap in 5a) direct voor $\mathbb{R}$ (zie Definitie 5.4) met optelling gedefinieerd volgens (5.25), gezien als model van de theorie met axioma's **R1** t/m **R4**. Gebruik dus niet 5a)!